Prof. Amador Martin-Pizarro
Übungen: Michael Lösch

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Sommersemester 2021

**Lineare Algebra II**

Blatt 0

Abgabe: 26.04.2021, 10 Uhr

**Gruppennummer angeben!**

Dieses Blatt wird nicht benotet, die Abgabe muss aber im ILIAS eingereicht werden. Dieses Blatt wird im ersten Tutorat in der zweiten Vorlesungswoche besprochen.

**Aufgabe 1.** Sei $\mathbb{R}[T]_{\leq 2}$ der $\mathbb{R}$-Vektorraum aller reellen Polynome vom Grad höchstens 2. Wir betrachten die lineare Abbildung

$$\begin{array}{rccl} F: & \mathbb{R}[T]_{\leq 2} & \to & \mathbb{R}[T]_{\leq 2} \\ & P & \mapsto & 6(1+T)\cdot\int_0^1 P(T)\,dT + T^2\cdot P(1). \end{array}$$

(a) Gib die Darstellungsmatrix von $F$ bezüglich der kanonischen Basis $\{1, T, T^2\}$ von $\mathbb{R}[T]_{\leq 2}$ (sowohl im Definitions- als auch im Bildbereich) an.

(b) Ist $F$ surjektiv? Berechne den Rang von $F$.

(c) Berechne das Bild des Vektors $3T^2 - 4T + 1$. Beschreibe explizit den Kern von $F$ und gib eine Basis an.

**Aufgabe 2.** Sei $U$ ein Unterraum des Vektorraumes $V$ und $(v_i + U)_{i\in I}$ eine Basis des Quotientenraumes $V/U$.

(a) Zeige, dass die Familie $(v_i)_{i\in I}$ linear unabhängig ist. Hängt es von den Repräsentanten der Nebenklassen ab?

(b) Beschreibe den Unterraum $U \cap \mathrm{Lin}\big((v_i)_{i\in I}\big)$ von $V$.

(c) Zeige, dass die Menge $\{u_j\}_{j\in J} \cup \{v_i\}_{i\in I}$, wobei $(u_j)_{j\in J}$ eine Basis von $U$ ist, eine Basis von $V$ liefert.

Lässt sich so jede Basis von $V$ gewinnen?